

رياضيات

الصف الأول الإعدادى

الفصل الدراسي الأول

....

الأستاذ / طارق عبد الجليل

مجموعة الأعداد النسبية

مجموعة الأعداد الطبيعية

ط = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ...... }

مجموعة الأعداد الصحيحة

ص = {... ، ٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، -٣ ، ....}

مجموعة الأعداد النسبية

ن= { $\frac{أ}{ب}$: أ ∈ ص ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر }

أمثلة لأعداد نسبية

$\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٤}{٧}$ ، ٥ ، صفر ، $\frac{صفر}{٦}$ ، ٣و٠ ، ٩٪

أمثلة لأعداد ليست نسبية

$\frac{٣}{صفر}$ ، $\frac{صفر}{صفر}$ ، (صفر)^{صفر}

ملاحظات هامة

(١) ط ⊂ ص ⊂ ن

(٢) ن = ن$^{+}$ ∪ {صفر} ∪ ن$^{-}$

(٣) ن$^{+}$ ∩ ن- = ∅

(٤) ن* = ن$^{+}$ ∪ ن$^{-}$

(٥) ن* = ن - {صفر}

(٦) صفر ∉ ن$^{+}$

(٧) صفر ∉ ن$^{-}$

(٨) كل عدد صحيح هو عدد نسبى

$\frac{أ}{ب}$ = صفر إذا كان البسط (أ) = صفر

$\frac{أ}{ب}$ ∈ ن إذا كان المقام (ب) ≠ صفر

تدريبـــات

أكمل ما يأتى

(١) $\frac{صفر}{٦}$ = صفر

(٢) $\frac{٣}{صفر}$ = ليس لها معنى

(٣) $\frac{س}{٥}$ = صفر إذا كان س = صفر

(٤) $\frac{٧}{س}$ ∈ ن إذا كان س ≠ صفر

(٥) $\frac{٣}{س - ٥}$ ∈ ن إذا كان س ≠ ٥

(٦) $\frac{٣}{س + ٤}$ ∈ ن إذا كان س ≠ - ٤

(٧) $\frac{٣}{س - ٧}$ ∉ ن إذا كان س = ٧

(٨) $\frac{س + ٩}{٧}$ = صفر إذا كان س = - ٩

(٩) $\frac{٧}{٢س}$ ∈ ن إذا كان س ≠ صفر

(١٠) $\frac{٣}{|س| - ٧}$ ∈ ن إذا كان س ≠ ± ٧

الأشكال المختلفة للعدد النسبي

العدد النسبى $\frac{س}{ص}$ يعبر عن عدد صحيح إذا كان البسط (س) يقبل القسمة على المقام (ص)

$\frac{٦}{٢} \in$ ص لأن ٦ تقبل القسمة على ٢

$\frac{٢}{٦} \notin$ ص لأن ٢ لا تقبل القسمة على ٦

إشارة العدد النسبى

يكون العدد النسبى $\frac{س}{ص}$ موجباً

إذا كان س ص > صفر

أى إذا كانت إشارة البسط و المقام متشابهتين

(- ، -) أو (+ ، +)

مثال $\frac{-٢}{-٦}$ أو $\frac{+٢}{+٦}$

يكون العدد النسبى $\frac{س}{ص}$ سالباً

إذا كان س ص < صفر

أى إذا كانت إشارة البسط و المقام مختلفتين

(- ، +) أو (+ ، -)

مثال $\frac{-٢}{+٦}$ أو $\frac{+٢}{-٦}$

تدريبـــات

(١) $\frac{٣}{٤}$ = ٠و٧٥ فى صورة كسر عشرى

(٢) $\frac{٣}{٤}$ = ($\frac{٣}{٤}$ × ١٠٠) ٪ = ٧٥ ٪ فى صورة نسبة مئوية

تدريبـــات

أكتب ما يأتى فى صورة كسر عشرى دائر

(١) $\frac{١}{٣}$ = ٠و٣٣٣٣٣٣٣٣٣ = ٠و$\dot{٣}$

(٢) $\frac{٢}{٣}$ = ٠و٦٦٦٦٦٦٦٦٦ = ٠و$\dot{٦}$

(٣) $\frac{١}{٦}$ = ٠و١٦٦٦٦٦٦٦٦ = ٠و١$\dot{٦}$

(٤) $\frac{٣}{١١}$ = ٠و٢٧٢٧٢٧٢٧٢٧ = ٠و$\dot{٢}\dot{٧}$

(٥) $\frac{٢٥}{١١١}$ = ٠و٢٢٥٢٢٥٢٢٥ = ٠و$\dot{٢}٢\dot{٥}$

أكتب ما يأتى فى صورة عدد نسبى

(١) ٠و$\dot{٣}$ = ٠و٣٣٣٣٣٣٣٣٣ = $\frac{١}{٣}$

(٢) ٠و$\dot{٦}$ = ٠و٦٦٦٦٦٦٦٦٦ = $\frac{٢}{٣}$

(٣) ٠و١$\dot{٦}$ = ٠و١٦٦٦٦٦٦٦٦ = $\frac{١}{٦}$

(٤) ٠و$\dot{٢}\dot{٧}$ = ٠و٢٧٢٧٢٧٢٧٢٧ = $\frac{٣}{١١}$

(٥) ٠و$\dot{٢}٢\dot{٥}$ = ٠و٢٢٥٢٢٥٢٢٥ = $\frac{٢٥}{١١١}$

تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد

تدريبات

مثل على خط الأعداد كل من

$\frac{٥}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{-٧}{٥}$

$\frac{٥}{٣} \simeq$ ٧و١ يقع بين ١، ٢

$\frac{٣}{٣}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\boxed{\frac{٥}{٣}}$ ، $\frac{٦}{٣}$

١ ، ٢

$\frac{٣}{٤} =$ ٧٥و٠ يقع بين ٠، ١

$\frac{٠}{٤}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٢}{٤}$ ، $\boxed{\frac{٣}{٤}}$ ، $\frac{٤}{٤}$

٠ ، ١

$\frac{-٧}{٥} =$ - ٤و١ يقع بين - ١، - ٢

$\frac{-٥}{٥}$ ، $\frac{-٦}{٥}$ ، $\boxed{\frac{-٧}{٥}}$ ، $\frac{-٨}{٥}$ ، $\frac{-٩}{٥}$ ، $\frac{-١٠}{٥}$

- ١ ، - ٢

المقارنة بين عددين نسبيين

تدريبات

(١) ضع علامة > أو < أو =

(١) $\frac{٣}{٨}$ [>] ١

(٢) $\frac{٣}{٥}$ [<] $\frac{١}{٢}$

(٣) $\frac{٣}{٥}$ [=] $\frac{٦}{١٠}$

(٤) $\frac{-٤}{٥}$ [>] $\frac{-٣}{٦}$

(٥) ٦١و٥٠ [<] ٥٠١و٠

(٦) ٢٤٥و٠ [>] ٣و٠

(٧) ٧٧٥و٠ [>] $\frac{٧}{٨}$ ٨٧٥و٠

(٨) ٥و٣ [>] $\frac{٥}{٩}$ ٣ ٥٥و٣

(٩) ٣و٢ [>] $\frac{١}{٣}$ ٢ ٣٣و٢

(١٠) ٢٥و٠ [=] $\frac{١}{٤}$ ٢٥و٠

(٢) رتب تنازلياً

(ب) $\frac{١}{٢}$ ٥ ، $\frac{١}{٤}$ ٦ ، $\frac{٣}{٤}$ ٥ ، $\frac{-٢}{٥}$ ٥

التحويل إلى صورة عشرية

٥و٥ ، ٢٥و٦ ، ٧٥و٥ ، -٤و٥

الترتيب

$\frac{١}{٤}$ ٦، $\frac{٣}{٤}$ ٥، $\frac{١}{٢}$ ٥ ، $\frac{-٢}{٥}$ ٥

كثافة الأعداد النسبية

(١) بين أى عددين نسبيين مختلفين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية

(٢) بين أى عددين صحيحين متتالين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية

تدريبـــات

(١) أوجد عددين نسبيين يقعان بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٦}$

توحيد مقامات $\frac{٦}{١٢}$ $\frac{١٠}{١٢}$

الأعداد هى $\frac{٧}{١٢}$ ، $\frac{٨}{١٢}$

---

(٢) أوجد عددين نسبيين يقعان بين $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$

توحيد مقامات $\frac{٤}{٢٠}$ $\frac{٥}{٢٠}$ $\boxed{× ١٠}$

، $\frac{٤٠}{٢٠٠}$ $\frac{٥٠}{٢٠٠}$

الأعداد هى $\frac{٤١}{٢٠٠}$ ، $\frac{٤٢}{٢٠٠}$

---

(٣) أوجد عددين نسبيين يقعان بين $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٣}$

توحيد مقامات $\frac{-٩}{١٢}$ $\frac{-٨}{١٢}$ $\boxed{× ١٠}$

، $\frac{-٩٠}{١٢٠}$ $\frac{-٨٠}{١٢٠}$

الأعداد هى $\frac{-٨١}{١٢٠}$ ، $\frac{-٨٢}{١٢٠}$

الجمع و الطرح فى ن

(١) عملية الجمع فى ن إبدالية و دامجة و مغلقة

(٢) عملية الطرح فى ن مغلقة و غير إبدالية و غير دامجة

(٣) المحايد الجمعى فى ن هو صفر

(٤) لكل عدد نسبي معكوس جمعى

تدريبـــات

(١) أكتب المعكوس الجمعى لكل مما يأتى

العدد	المعكوس الجمعى
٣	– ٣
– ٧	٧
٠و٢	– ٠و٢
صفر	صفر
$\frac{٣}{٤}$	$\frac{-٣}{٤}$
$\frac{-٢}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$
$(-٢)^{٢}$	– ٤
$(-٥)^{صفر}$	– ١
$\vert -٧ \vert$	– ٧

(٢) أوجد ناتج كل مما يأتى

(١) $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{٣}{٥}$

(٢) $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٥} = \frac{١٥}{٢٠} + \frac{٨}{٢٠} = \frac{٢٣}{٢٠} = ١\frac{٣}{٢٠}$

(٣) $\frac{٣}{٤} + \frac{-٢}{٣} = \frac{٩}{١٢} + \frac{-٨}{١٢} = \frac{١}{١٢}$

(٤) $\frac{-١}{٢} + \frac{-٢}{٣} = \frac{-٣}{٦} + \frac{-٤}{٦} = \frac{-٧}{٦}$

(٥) $\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥} = \frac{-١}{٥}$

(٦) $\frac{٣}{٤} - \frac{٢}{٥} = \frac{١٥}{٢٠} - \frac{٨}{٢٠} = \frac{٧}{٢٠}$

(٧) $\frac{٣}{٤} - \frac{-٢}{٣} = \frac{٩}{١٢} - \frac{-٨}{١٢} = \frac{١٧}{١٢} = ١\frac{٥}{١٢}$

(٨) $\frac{-١}{٢} - \frac{-٢}{٣} = \frac{-٣}{٦} - \frac{-٤}{٦} = \frac{١}{٦}$

(٩) $٢\frac{-٣}{٤} + ١\frac{٢}{٥} = \frac{-١١}{٤} + \frac{٧}{٥} = \frac{-٥٥}{٢٠} + \frac{٢٨}{٢٠}$

$= \frac{-٢٧}{٢٠} = ١\frac{-٧}{٢٠}$

---

(٣) إذا كان أ = $\frac{١}{٤}$ ، ب = $\frac{-٣}{٤}$

، جـ = $\frac{٣}{٥}$ ، ء = $\frac{٢}{٥}$

أوجد قيمة

(١) أ - ب ، (٢) أ + جـ + ب + ء

(١) أ - ب = $\frac{١}{٤} - \frac{-٣}{٤} = \frac{٤}{٤} = ١$

(٢) أ + جـ + ب + ء

$= \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٥} + \frac{-٣}{٤} + \frac{٢}{٥}$

$= \frac{١}{٤} + \frac{-٣}{٤} + \frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٥}$

$= \frac{-٢}{٤} + \frac{٥}{٥} = \frac{-١}{٢} + ١ = \frac{١}{٢}$

---

(٤) أكمل ما يأتى

(١) باقى طرح $\frac{٣}{٧}$ من $\frac{٥}{٧}$

$= \frac{٥}{٧} - \frac{٣}{٧} = \frac{٢}{٧}$

(٢) $\frac{٣}{٤}$ تنقص عن $\frac{-١}{٤}$ بمقدار

$= \frac{-١}{٤} - \frac{٣}{٤} = \frac{-٤}{٤} = -١$

(٣) باقى طرح $\frac{٣}{٧}$ من صفر

= صفر $- \frac{٣}{٧} = \frac{-٣}{٧}$

(٤) $\frac{٣}{٤}$ تزيد عن $\frac{-١}{٤}$ بمقدار

$= \frac{٣}{٤} - \frac{-١}{٤} = \frac{٤}{٤} = ١$

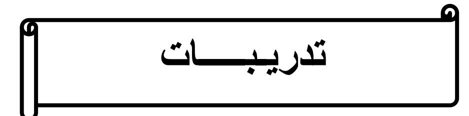
الضرب و القسمة فى ن

(١)عملية الضرب فى ن إبدالية و دامجة و مغلقة

(٢) عملية القسمة فى ن مغلقة و غير إبدالية و غير دامجة

(٣) المحايد الضربي فى ن هو ١

(٤) لكل عدد نسبي معكوس ضربى ما عدا الصفر



(١) أكتب المعكوس الضربى لكل مما يأتى

العدد	المعكوس الجمعى
$\frac{٣}{٤}$	$\frac{٤}{٣}$
٧	$\frac{١}{٧}$
٢و٠	٥
$\frac{-٣}{٤}$	$\frac{٤}{-٣}$
$٠\text{و}\overline{٦}$	$\frac{٣}{٢}$
$٢\frac{١}{٤}$	$\frac{٤}{٩}$

(٢) أوجد ناتج كل مما يأتى

(١) $\frac{٥}{٦} \times \frac{٣}{١٠} = \frac{١٥}{٦٠} = \frac{١}{٤}$

(٢) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٢}{١٠} = \frac{٦}{٥}$

(٣) $٢\frac{٣}{٤} \times ١\frac{٢}{٥} = \frac{١١}{٤} \times \frac{٧}{٥} = \frac{٧٧}{٢٠} = ٣\frac{١٧}{٢٠}$

(٤) $٥\frac{١}{٢} \div ٣\frac{٢}{٣} = \frac{١١}{٨} \div \frac{١١}{٣} = \frac{١١}{٨} \times \frac{٣}{١١} = \frac{٣٣}{٨٨} = \frac{٣}{٨}$

---

(٣) إذا كان أ = $\frac{١}{٤}$ ، ب = $\frac{-٣}{٤}$ ، جـ = $\frac{٣}{٥}$ ، ء = $\frac{٢}{٥}$

أوجد قيمة (أ + ب) ÷ (جـ - ء)

(أ + ب) = $\frac{١}{٤} + \frac{-٣}{٤} = \frac{-٢}{٤} = \frac{-١}{٢}$

(جـ - ء) = $\frac{٣}{٥} - \frac{٢}{٥} = \frac{١}{٥}$

(أ + ب) ÷ (جـ - ء)

$= \frac{-١}{٢} \div \frac{١}{٥} = \frac{-١}{٢} \times \frac{٥}{١} = \frac{-٥}{٢} = ٢\frac{-١}{٢}$

خاصية التوزيع

باستخدام خاصية التوزيع أوجد ناتج كل مما يأتى

(١) $\frac{٣}{٥}\times ٩ + \frac{٣}{٥}\times ٨ - \frac{٣}{٥}\times ٢$

$= \frac{٣}{٥}\times (٩ + ٨ - ٢)$

$= \frac{٣}{٥}\times ١٥ = ٩$

(٢) $\frac{٤}{٧}\times ٥ + \frac{٤}{٧}\times ٨ + \frac{٤}{٧}$

$= \frac{٤}{٧}\times (٥ + ٨ + ١)$

$= \frac{٤}{٧}\times ١٤ = ٨$

(٣) $(١٥)^{٢} - ١٥\times ٨ + ١٥\times ٣$

$= ١٥\times ١٥ - ١٥\times ٨ + ١٥\times ٣$

$= ١٥\times (١٥ - ٨ + ٣)$

$= ١٥\times ١٠ = ١٥٠$

أوجد العدد الذى يقع فى منتصف العددين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٨}$

العدد $= \frac{١}{٢}$ مجموع العددين

العدد $= \frac{١}{٢}\left(\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٨}\right)$

$= \frac{١}{٢}\times \frac{٥}{٨} = \frac{٥}{١٦}$

أوجد العدد الذى يقع عند ربع المسافة بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$

العدد الأول = الأصغر + $\frac{١}{٤}$ المسافة

العدد الأول $= \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤}\times \left|\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٣}\right| = \frac{٧}{٢٠}$

العدد الثانى = الأكبر - $\frac{١}{٤}$ المسافة

العدد الثانى $= \frac{٢}{٥} - \frac{١}{٤}\times \left|\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٣}\right| = \frac{٢٣}{٦٠}$

أوجد العدد الذى يقع عند خمس المسافة بين $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{-١}{٣}$

العدد الأول = الأصغر + $\frac{١}{٥}$ المسافة

العدد الأول $= \frac{-١}{٢} + \frac{١}{٥}\times \left|\frac{-١}{٣} - \frac{-١}{٢}\right| = \frac{-٧}{١٥}$

العدد الثانى = الأكبر - $\frac{١}{٥}$ المسافة

العدد الثانى $= \frac{-١}{٣} - \frac{١}{٥}\times \left|\frac{-١}{٣} - \frac{-١}{٢}\right| = \frac{-١١}{٣٠}$

الحدود و المقادير الجبرية

<u>الحد الجبرى</u> هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر أحدهما عامل عددى و الآخر عامل رمزى

<u>درجة الحد الجبرى</u> تحدد درجة الحد الجبرى بمجموع أسس رموزه

<u>معامل الحد الجبرى</u> هو العامل العددى للحد الجبرى

<u>عدد عوامل الحد الجبرى</u> هو عدد عوامله الرمزية + العامل العددى

<u>الحد المطلق</u> هو الحد الخالى من الرموز

<u>المقدار الجبرى</u> هو ما تكون من حدين جبريين أو أكثر بينهما + أو −

<u>درجة المقدار الجبرى</u> تحدد درجة المقدار الجبرى بدرجة أكبر حد من حدوده

المقدار الجبري ٥ س^{٢} ص^{٤} − ٣^{٣} ص + ٧

يتكون من ٣ حدود جبرية

<u>أكمل الجدول التالى</u>

الحد الجبري	المعامل	عدد العوامل	الدرجة
٥ س^{٢} ص^{٤}	٥	٧	السادسة
−٣^{٣} ص	−٢٧	٢	الأولى
٧	٧	١	الصفرية

المقدار الجبري من الدرجة السادسة

<u>رتب المقدار الآتى حسب أسس س تنازلياً</u>

٣ س^{٢} ص + ٩ − ٥ س^{٣} ص

<u>الترتيب</u>

− ٥ س^{٣} ص + ٣ س^{٢} ص + ٩

الحدود الجبرية المتشابهة

الحدود الجبرية المتشابهة هى التى لها نفس الرموز بنفس الأسس

حدد أى من الحدود الآتية متشابهة أو غير متشابهة

٣ س ، ٤ س — متشابهة

٥ س ص ، ٢ ص س — متشابهة

٦ س^{٢} ، ٣ س^{٢} — متشابهة

٣ س ، ٤ ص — غير متشابهة

٤ س^{٢} ص ، ٧ س ص^{٢} — غير متشابهة

أوجد ناتج كل مما يأتى

(١) ٣ س + ٤ س = ٧ س

(٢) ٥ م^{٢} + ٣ م^{٢} = ٨ م^{٢}

(٣) ٤ س^{٢} ص - ٧ س^{٢} ص = - ٣ س^{٢} ص

(٤) ٢ م + ٦ ب = ٢ م + ٦ ب

إختصر المقدار الآتى لأبسط صورة

٦ س^{٢} + ٣ س + ٤ + ٢ س + ٩ ص - ٢ س^{٢}

= ٤ س^{٢} + ٥ س + ٩ ص + ٤

جمع و طرح المقادير الجبرية

(١) إجمع ٥ م^{٢} + ٣ م - ٦ ، ٤ م^{٢} + م + ٢

٥ م^{٢} + ٣ م - ٦
م^{٢} + م + ٢
—————
٦ م^{٢} + ٤ م - ٤

(٢) إجمع ٣ م^{٣} + ٧م + ٨ ، ٢م^{٢} - ٣ - ٥م

٣ م^{٣} + ٧م + ٨
- ٥م - ٣ + ٢م^{٢}
—————
٣ م^{٣} + ٢ م + ٥ + ٢م^{٢}

(٣) إطرح ٥م^{٢} + ٣ م - ٦ من ٤ م^{٢} + م + ٢

٤م^{٢} + م + ٢
- ٥م^{٢} - ٣م + ٦
—————
- م^{٢} - ٤م + ٨

(٤) ما زيادة ٢م^{٢} + ٤ م - ٥ عن ٤ م^{٢} - ٣م + ٢
ثم أوجد قيمة المقدار عندما م = ٢

٢م^{٢} + ٤ م - ٥
- ٤م^{٢} + ٣م - ٢
—————
-٢ م^{٢} + ٧م - ٧

عندما م = ٢

-٢ × (٢)^{٢} + ٧ × (٢) - ٧

= -٨ + ١٤ - ٧ = -١

ضرب الحدود و المقادير الجبرية

قاعدة ضرب الإشارات

+ = - × -   ،   + = + × +

ضرب الإشارات المتشابهة يعطى إشارة موجبة

- = - × +   ،   - = + × -

ضرب الإشارات المختلفة يعطى إشارة سالبة

قاعدة قسمة الإشارات

+ = - ÷ -   ،   + = + ÷ +

قسمة الإشارات المتشابهة يعطى إشارة موجبة

- = - ÷ +   ،   - = + ÷ -

قسمة الإشارات المختلفة يعطى إشارة سالبة

عند إجراء عملية الضرب يتم ضرب الإشارة × الإشارة ثم العدد × العدد ثم الرمز × الرمز

و عند إجراء عملية القسمة يتم قسمة الإشارة ÷ الإشارة ثم العدد ÷ العدد ثم الرمز ÷ الرمز

ضرب حد جبرى × حد جبرى

أوجد ناتج كل مما يأتى

(١) ٣ س × ٤ س = ١٢ س^{٢}

(٢) - ٥م^{٢} × ٣ م^{٣} = - ١٥م^{٥}

(٣) ٢ س^{٢} ص × - ٣ ص = - ٦ س^{٢} ص^{٢}

(٤) - ٢ م × - ٦ ب = ١٢ م ب

(٥) ٣ × س = ٣ س

(٦) ٣ س × ٤ س × ٢ ص = ٢٤ س^{٢} ص

ضرب حد جبرى × مقدار جبرى

(١) ٣ س (٤ س - ٢ ص)

= ١٢ س^{٢} - ٦ س ص

(٢) ٢ س (٥ س - ٣ ص + ٤)

= ١٠ س^{٢} - ٦ س ص + ٨ س

(٣) ٤ م ب (٢ م - ٣ ب - ٥)

= ٨ م^{٢} ب - ١٢ م ب^{٢} - ٢٠ م ب

ضرب مقدار جبرى × مقدار جبرى

(١) (س +٣) (س +٥)

= س٢ +٥س +٣ س + ١٥

= س٢ +٨س +١٥

---

(٢) (٥ س - ٤)(٣ س - ٢)

= ١٥ س^{٢} - ١٠ س - ١٢ س +٨

= ١٥ س^{٢} - ٢٢ س +٨

---

(٣) (٢ س - ٣ ص)(٣ س + ٢ ص)

= ٦ س^{٢} + ٤ س ص - ٩ س ص - ٦ ص^{٢}

= ٦ س^{٢} - ٥ س ص - ٦ ص^{٢}

الضرب بمجرد النظر

(١) (س + ٣) (س + ٥)

= س^{٢} + ٥س + ٣س + ١٥

= س^{٢} + ٨س + ١٥

---

(٢) (٥ س − ٤) (٣ س − ٢)

= ١٥ س^{٢} − ٢٢ س + ٨

---

(٣) (٢ س − ٣ ص) (٣ س + ٢ ص)

= ٦ س^{٢} − ٥ س ص − ٦ ص^{٢}

مربع مقدار ذى حدين

(١) (س + ٣)^{٢}

= س^{٢} + ٦ س + ٩

---

(٢) (٣ س + ٢ ص)^{٢}

= ٩ س^{٢} + ١٢ س ص + ٤ ص^{٢}

---

(٣) (٢ س − ٥ ص)^{٢}

= ٤ س^{٢} − ٢٠ س ص + ٢٥ ص^{٢}

ضرب مقدارين مترافقين

(١) (س + ٣) (س − ٣)

= س^{٢} − ٩

---

(٢) (س − ص) (س + ص)

= س^{٢} − ص^{٢}

---

(٣) (٢ س + ٣ ص) (٢ س − ٣ ص)

= ٤ س^{٢} − ٩ ص^{٢}

ضرب مقدار يتكون من حدين فى مقدار يتكون من أكثر من حدين

(٣ أ − ٤ ب) (٢ أ − ٣ ب − ٢)

= ٦ أ^{٢} − ٩ أ ب − ٦ أ − ٨ أ ب + ١٢ ب^{٢} + ٨ ب

= ٦ أ^{٢} − ١٧ أ ب − ٦ أ + ١٢ ب^{٢} + ٨ ب

اختصر لأبسط صورة

(١) ٢(٢ م - ٤ ب) - ٣(٥ م - ٦ ب)

= ٤م - ٨ب - ١٥م + ١٨ب

= - ١١ م + ١٠ ب

(٢) ٣م (٢ م + ب) - ٢ب(٤ م + ٣ ب)

= ٦م^{٢} + ٣مب - ٨مب - ٦ ب^{٢}

= ٦م^{٢} - ٥مب - ٦ ب^{٢}

(٣) (م - ب)^{٢} - (م - ب) (م + ب)

= م^{٢} - ٢مب + ب^{٢} - (م^{٢} - ب^{٢})

= م^{٢} - ٢مب + ب^{٢} - م^{٢} + ب^{٢}

= ٢ ب^{٢} - ٢ مب

(٤) ٢(م - ٣ب) (م + ٣ب) + ٤(م + ب)^{٢}

ثم أوجد قيمة المقدار عندما م = -٢ ، ب = ٢

= ٢(م^{٢} - ٩ب^{٢}) + ٤ (م^{٢} + ٢ مب + ب^{٢})

= ٢م^{٢} - ١٨ب^{٢} + ٤ م^{٢} + ٨مب + ٤ب^{٢}

= ٦م^{٢} - ١٤ ب^{٢} + ٨مب

عندما م = -٢ ، ب = ٢

= ٦×(-٢)^{٢} - ١٤ × (٢)^{٢} + ٨×(-٢)×(٢)

= ٢٤ - ٥٦ - ٣٢ = - ٦٤

قسمة الحدود و المقادير الجبرية

قسمة حد جبرى على حد جبرى

(١) ١٥ س^{٢} ÷ ٣ س = ٥ س

(٢) ٦ س ÷ ٢ س = ٣

(٣) - ٨ س^{٣} ÷ ٢ س = - ٤ س^{٢}

(٤) - ٢١ س ÷ - ٧ س^{٣} = ٣ س$^{-٢}$

(٥) ٢٠ س^{٢} ص^{٣} ÷ ٤ س ص = ٥ س ص^{٢}

(٦) ١٢ س^{٢} ص^{٣} ÷ ٣ س = ٤ س ص^{٣}

(٧) ١٦س^{٢} ÷ ٢ س ص^{٢} = ٨ س ص$^{-٢}$

قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

(١) (٩م^{٢} + ٦مب) ÷ ٣ م = ٣ م + ٢ ب

(٢) (٨م^{٣}ب^{٢} - ٦مب) ÷ ٢مب = ٤م^{٢}ب - ٣

(٣) $\frac{\text{١٢ س}^{٢}\text{ ص}^{٣} - \text{٨ س ص}^{٣} + \text{٤س ص}}{\text{٤س ص}}$

= ٣ س ص^{٢} - ٢ ص^{٢} + ١

قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى

خطوات القسمة

١ – ترتيب حدود المقسوم و المقسوم عليه تنازليا حسب الأسس

٢ – قسمة الحد الأول من المقسوم على الحد الأول من المقسوم عليه

٣- ضرب الحد الناتج فى المقسوم عليه كله

٤- تغيير الإشارات و الجمع ثم تكرار الخطوات من البداية

أوجد خارج قسمة

(١) س٢ + ٥ س +٦ على س +٢

المقسوم: س^{٢} + ٥ س +٦ | المقسوم عليه: س +٢

خارج القسمة: س + ٣

س^{٢} + ٢ س (⊖ ⊖)

+ ٣ س +٦

+ ٣ س +٦ (⊖ ⊖)

٠ + ٠

خارج القسمة (س +٣)

(٢) - ٤ س -٣ + ٤س٢ على -٣ +٢س

ترتيب حدود المقسوم و المقسوم عليه تنازليا حسب الأسس

٤س٢ - ٤ س -٣ على ٢س -٣

المقسوم: ٤س^{٢} - ٤ س -٣ | المقسوم عليه: ٢س -٣

خارج القسمة: ٢س + ١

٤س^{٢} - ٦ س (⊖ ⊕)

+ ٢ س -٣

+ ٢ س -٣ (⊖ ⊕)

٠ + ٠

خارج القسمة (٢س + ١)

(٣) س^{٣}+١ على س +١

المقسوم: س^{٣} +١ | المقسوم عليه: س +١

خارج القسمة: س^{٢} - س +١

س^{٣} + س^{٢} (⊖ ⊖)

- س^{٢} +١

- س^{٢} - س (⊕ ⊕)

س + ١

س + ١ (⊖ ⊖)

٠ + ٠

خارج القسمة (س^{٢} - س +١)

التحليل بإخراج العامل المشترك الأعلى
ع . م . أ

حلل بإخراج العامل المشترك

(١) ٢ س +٦ = ٢(س +٣)

(٢) ٤ س -٨ = ٤(س -٢)

(٣) س^{٢}-٤ س = س (س -٤)

(٤) ٨س^{٣}+ ١٢ س^{٦} -٤ س^{٢}

= ٤س^{٢} (٢ س+٣ س^{٤}-١)

(٥) ١٠س^{٣} ص+ ٥ س^{٤} ص^{٢}-١٥ س^{٢}ص^{٣}

=٥س^{٢}ص (٢س+ س^{٢} ص-٣ ص^{٢})

(٦) ٨ س^{٣} ص- ٤ س^{٤} ص^{٢}+٧ س^{٢}

=س^{٢} (٨ س ص- ٤س^{٢} ص^{٢}+ ٧)

(٧) ٢ ﺃ (٣ﺃ - ٤ ب) - ٥ب (٣ﺃ - ٤ ب)

= (٣ﺃ - ٤ ب) (٢ﺃ - ٥ ب)

(٨) ٦ ﺃ (٢ﺃ + ٩ ب) - ٨ب (٢ﺃ + ٩ ب)

= ٢(٢ﺃ + ٩ ب) (٣ﺃ - ٤ ب)

(٩) ٣ ﺃ (ﺃ - ٢ ب) - ٦ب (ﺃ - ٢ ب)
ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما
(ﺃ - ٢ ب) = $\left|\frac{-١}{٣}\right|$

= ٣ (ﺃ - ٢ ب) (ﺃ - ٢ ب)

= ٣ × $\frac{١}{٣}$ × $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

(١٠) ١٥ × ٨٠ + ١٥ × ٢٠

=١٥ × (٨٠ + ٢٠)

=١٥ × ١٠٠ = ١٥٠٠

(١١) ١٧ × ١٥ - ١٧ × ٨ + ١٧ × ٣

=١٧ × (١٥ - ٨ + ٣)

=١٧ × ١٠ = ١٧٠

الإحصاء

مقاييس النزعة المركزية

الوسط الحسابى – الوسيط – المنوال

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

(١) أوجد الوسط الحسابى لمجموعة القيم
١٠ ، ٥ ، ٣ ، ٢

الوسط الحسابى = $\frac{١٠ + ٥ + ٣ + ٢}{٤}$ = ٥

(٢) أوجد الوسط الحسابى لمجموعة القيم
٥+م ، ٨ ، ٦ ، ٢، ٩ – م

الوسط الحسابى

= $\frac{٥+م + ٨ + ٦ + ٢ + ٩ - م}{٥}$

= $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦

(٣) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة القيم
٨ ، ٦ ، ٩ ، ك = ٧

مجموع القيم = الوسط الحسابى × عدد القيم

مجموع القيم = ٧ × ٤ = ٢٨

ك = ٢٨ - (٨ + ٦ + ٩) = ٥

الوسيط

لمجموعة من البيانات هو القيمة التى تقع فى وسط المجموعة تماماً عند ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً

إذا كان عدد القيم فردياً فإن
ترتيب الوسيط = $\frac{ن + ١}{٢}$

إذا كان عدد القيم زوجياً فإن
ترتيب الوسيط = $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن + ٢}{٢}$

(١) أوجد الوسيط لمجموعة القيم
١٠ ، ٥ ، ٨ ، ٢ ، ٦
الترتيب ٢ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ١٠
ترتيب الوسيط= الثالث
الوسيط=٦

(٢) أوجد الوسيط لمجموعة القيم
١١ ، ٦ ، ٤ ، ٥ ، ٨ ، ٩
الترتيب ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١١
ترتيب الوسيط=الثالث ، الرابع

الوسيط= $\frac{٦ + ٨}{٢}$ =٧

(٣) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة القيم هو السابع فإن عدد هذه القيم = ٢×٧ - ١=١٣

(٤) إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة القيم هو الخامس و السادس فإن عدد هذه القيم =
٢×٥=١٠

المنوال

لمجموعة من البيانات هو القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) فى المجموعة

(١) أوجد المنوال لمجموعة القيم
٧ ، ٥ ، ٣ ، ٥ ، ٢
المنوال = ٥

(٢) أوجد المنوال لمجموعة القيم
٩ ، ٧ ، ٤ ، ٤ ، ٧ ، ٢، ٧
المنوال = ٧

(٣) إذا كان المنوال لمجموعة القيم
٩ ، ٧ ، ٤ ، ٩ ، ٧ ، ٢، ك + ٣ هو ٩

ك + ٣ = ٩
ك = ٩ - ٣
ك = ٦

(٤) الجدول الآتى يبين درجات الحرارة المسجلة فى ٤٠ مدينة فى أحد الأيام :

المجموعة	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	المجموع
التكرار	٦	١٢	١٤	٨	٤٠

أوجد درجة الحرارة المنوالية

درجة الحرارة المنوالية = ٣٠ درجة

القطعة المستقيمة هى مجموعة من النقط محددة بنقطة بداية و نقطة نهاية و يمكن قياس طولها

و تقرأ $\overline{\text{أب}}$ أو $\overline{\text{ب أ}}$

إذا مدت القطعة المستقيمة من أحد طرفيها بلا حدود ينتج شعاع

إذا مدت القطعة المستقيمة من طرفيها بلا حدود ينتج خط مستقيم

للتعبير عن طول القطعة المستقيمة

طول $\overline{\text{أب}}$ = ٥سم أو أب = ٥سم

الشعاع هى مجموعة غير منتهية من النقط له نقطة بداية وليس له نقطة نهاية و يمكن قراءته بنقطة البداية و أى نقطة عليه ولا يمكن قياس طوله

و يقرأ $\overleftarrow{\text{أب}}$ أو $\overleftarrow{\text{أجـ}}$

الخط المستقيم هى مجموعة غير منتهية من النقط ليس له نقطة بداية وليس له نقطة نهاية و يمكن قراءته بأى نقطتين عليه ولا يمكن قياس طوله

و يقرأ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{أجـ}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{جـ أ}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

$\overline{\text{أب}} \subset \overleftarrow{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$

الزاوية هى إتحاد شعاعين لهما نفس نقطة البداية

$\overleftarrow{\text{أب}} \cup \overleftarrow{\text{أجـ}} = (\angle \text{ب أ جـ})$

$\overleftarrow{\text{أب}} \cap \overleftarrow{\text{أجـ}} = \{\text{أ}\}$

أنواع الزوايا

(١) الزاوية الصفرية قياسها صفر°

الزاوية الصفرية عبارة عن ضلعين (شعاعين) منطبقين

(٢) الزاوية الحادة قياسها أكبر من صفر° و أصغر من ٩٠°

(٣) الزاوية القائمة قياسها ٩٠°

$\overleftarrow{\text{أجـ}} \perp \overleftarrow{\text{أب}}$

$\overleftarrow{\text{أجـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{أب}}$ متعامدان

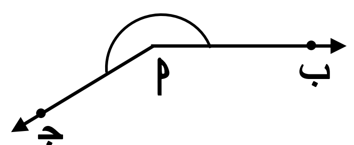
(٤) الزاوية المنفرجة قياسها أكبر من ٩٠° وأصغر من ١٨٠°

(٥) الزاوية المستقيمة قياسها ١٨٠ °

ب ، ٩ ، جـ

٩ب ، ٩جـ على إستقامة واحدة

(٦) الزاوية المنعكسة قياسها أكبر من ١٨٠ ° وأصغر من ٣٦٠ °



هام

إذا كان ق(∠٩) = ١٠٠ °

فإن ق(∠٩) المنعكسة =٣٦٠ ° - ١٠٠ °= ٢٦٠ °

إذا كان ق(∠جـ) المنعكسة = ٢٤٠ °

فإن ق(∠جـ) =٣٦٠ ° - ٢٤٠ ° = ١٢٠ °

وحدات قياس الزاوية

١ درجة = ٦٠ دقيقة ← ١° = ٦٠َ

١دقيقة = ٦٠ ثانية ← ١َ = ٦٠ً

اذكر أنواع الزوايا التى قياس كل منها كالآتى :

٧٤ ° حادة ، ١١٠ ° منفرجة

، ٩٠ ° قائمة ، ١٨٦ ° منعكسة

٦٠َ ٨٩ ° قائمة ، ٦٢َ ٨٩ ° منفرجة ،

٦٠َ ١٧٩ ° مستقيمة ، ٦٧َ ١٧٩ ° منعكسة

بعض العلاقات بين الزوايا

الزاويتان المتجاورتان

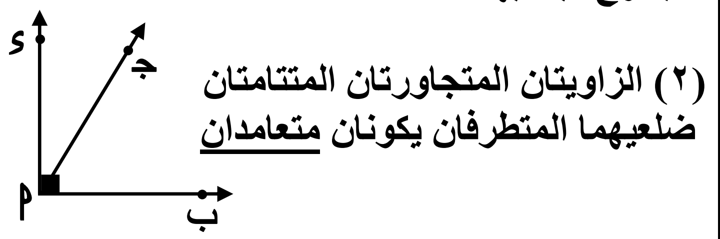
هما زاويتان مشتركتان فى رأس و ضلع و الضلعان الآخران فى جهتين مختلفتين من الضلع المشترك

(∠ب ٩ جـ)،(∠جـ ٩ ء)

زاويتان متجاورتان

الزاويتان المتتامتان

(١) الزاويتان المتتامتان هما زاويتان مجموع قياسيهما = ٩٠°



(٢) الزاويتان المتجاورتان المتتامتان ضلعيهما المتطرفان يكونان متعامدان

(٣)الزاوية التى قياسها ٦٠° تتمم زاوية قياسها ٣٠°

٩٠ °- ٦٠° = ٣٠°

الزاويتان المتكاملتان

(١) الزاويتان المتكاملتان هما زاويتان مجموع قياسيهما = ١٨٠°

(٢) الزاويتان المتجاورتان المتكاملتان ضلعيهما المتطرفان يكونان على إستقامة واحدة

٩ب ، ٩جـ على إستقامة واحدة

(٣)الزاوية التى قياسها ٦٠° تكمل زاوية قياسها ١٢٠°

١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°

تدريبات على العلاقات بين الزوايا

أكمل ما يأتى

(١) الزاوية الحادة تتممها زاوية حادة

(٢) الزاوية القائمة تتممها زاوية صفرية

(٣) الزاوية الصفرية تتممها زاوية قائمة

(٤) الزاوية الحادة تكملها زاوية منفرجة

(٥) الزاوية المنفرجة تكملها زاوية حادة

(٦) الزاوية القائمة تكملها زاوية قائمة

(٧) الزاوية الصفرية تكملها زاوية مستقيمة

(٨) الزاوية المستقيمة تكملها زاوية صفرية

(٩) إذا كان ق(∠م) = ق(∠ب)
، ∠م ،∠ب متتامتان فإن ق(∠م) = ٤٥ °

(١٠) إذا كان ق(∠م) = ق(∠ب)
، ∠م ،∠ب متكاملتان فإن ق(∠م) = ٩٠ °

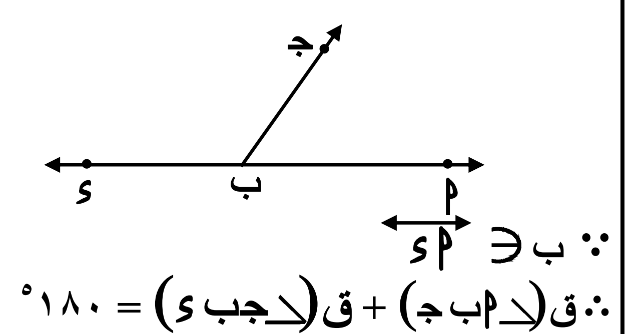
(١١) إذا كان ق(∠م) = ٢ ق(∠ب)
، ∠م ،∠ب متتامتان فإن ق(∠م) = ٦٠ °

(١٢) إذا كان ق(∠م) = ٢ ق(∠ب)
، ∠م ،∠ب متكاملتان فإن ق(∠م) = ١٢٠ °

(١٣) متممات الزوايا المتساوية فى القياس تكون متساوية فى القياس

(١٣) مكملات الزوايا المتساوية فى القياس تكون متساوية فى القياس

الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع مستقيم و شعاع نقطة بدايته تقع على هذا المستقيم <u>متكاملتان</u>



∵ ب ∈ $\overleftrightarrow{\text{م ء}}$

∴ ق(∠م ب جـ) + ق(∠جـ ب ء) = ١٨٠°

تدريبات

إذا كان م ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ أوجد قياسات الزوايا المطلوبة

(١)

∵ م ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ ق(∠ب م ء) = ١٨٠° - ١١٠° = ٧٠°

(٢)

∵ م ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ ق(∠ء م هـ) = ١٨٠° - (٨٠° + ٤٠°) = ٦٠°

(٣)

∵ م ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$

∴ ق(∠ء م جـ) = ١٨٠° - ٥٠° = ١٣٠°

∵ $\overrightarrow{\text{م هـ}}$ ينصف (∠ء م جـ)

∴ ق(∠جـ م هـ) = ١٣٠° ÷ ٢ = ٦٥°

الزوايا المتجمعة حول نقطة

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠° = ٤ قوائم

تدريبات

أوجد قياسات الزوايا المطلوبة

(١)

∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

∴ ق(∠ءب هـ) = ٣٦٠° - (٧٠° + ٨٠° + ٦٠°) = ١٥٠°

(٢)

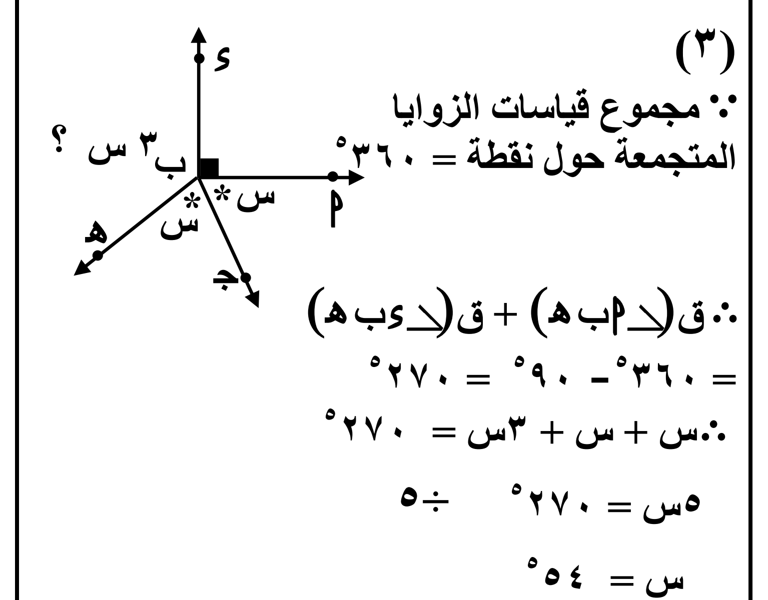
∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

∴ ق(∠أب هـ) = ٣٦٠° - (٩٠° + ١٣٠°) = ١٤٠°

∵ أهـ ينصف (∠أب هـ)

∴ ق(∠أب جـ) = ١٤٠° ÷ ٢ = ٧٠°

(٣)



∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

∴ ق(∠أب هـ) + ق(∠ءب هـ) = ٣٦٠° - ٩٠° = ٢٧٠°

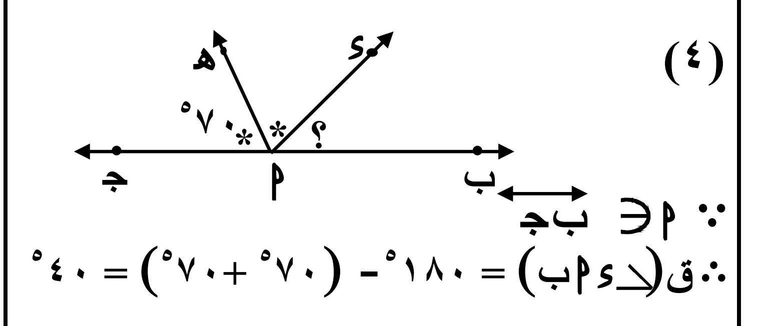
∴ س + س + ٣س = ٢٧٠°

٥س = ٢٧٠° ÷٥

س = ٥٤°

∴ ق(∠ءب هـ) = ٣س = ٣ × ٥٤° = ١٦٢°

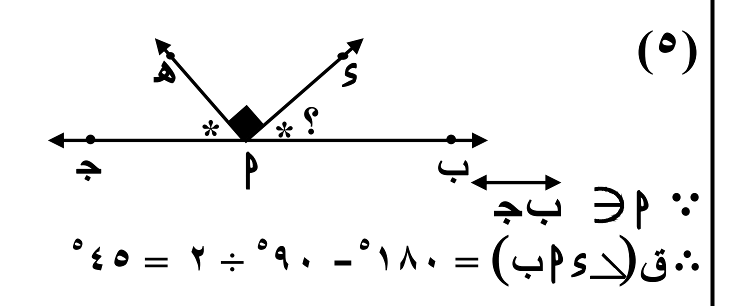
(٤)



∵ أ ∈ بجـ

∴ ق(∠ءأب) = ١٨٠° - (٧٠° + ٧٠°) = ٤٠°

(٥)



∵ أ ∈ بجـ

∴ ق(∠ءأب) = ١٨٠° - ٩٠° ÷ ٢ = ٤٥°

(٦)

∵ أ ∈ بجـ

∴ س + ٢س + ٢س = ١٨٠°

٥س = ١٨٠° ÷٥

س = ٣٦°

∴ ق(∠ءأهـ) = ٢س = ٢ × ٣٦° = ٧٢°

هل ب أ ، ب جـ على إستقامة واحدة ؟ مع ذكر السبب

∵ ق(∠أب ء) + ق(∠ءب جـ) =

١٢٠° + ٥٠° = ١٧٠° ≠ ١٨٠°

∴ ب أ ، ب جـ ليسا على إستقامة واحدة

المنصفان لزاويتين متجاورتين متكاملتين متعامدان

التطابق

أولاً تطابق قطعتين مستقيمتين

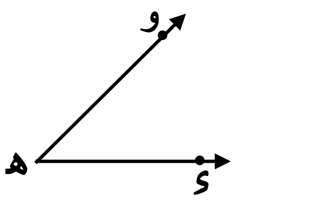
تتطابق القطعتان المستقيمتان إذا كان لهما نفس الطول

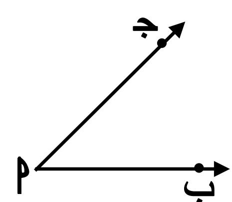
إذا كان م ب = جـ ء فإن م ب ≡ جـ ء

و العكس إذا كان م ب ≡ جـ ء فإن م ب = جـ ء

ثانياً تطابق زاويتين

تتطابق الزاويتان إذا كان لهما نفس القياس





إذا كان ق(∠ب م جـ) = ق(∠ء هـ و)
فإن (∠ب م جـ) ≡ (∠ء هـ و)

و العكس إذا كان (∠ب م جـ) ≡ (∠ء هـ و)
فإن ق(∠ب م جـ) = ق(∠ء هـ و)

تطابق مضلعين

يتطابق المضلعان إذا تحقق الشرطان التاليان معاً

(١) الأضلاع المتناظرة متساوية فى الطول
(١) الزوايا المتناظرة متساوية فى القياس

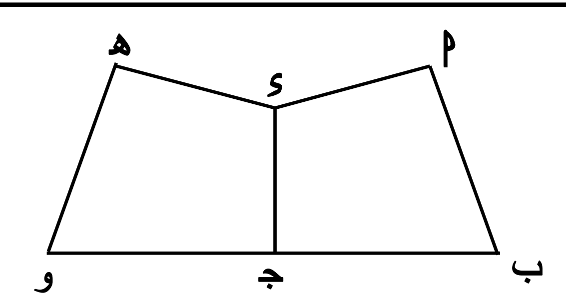
إذا كان المضلع م ب جـ ء ≡ المضلع هـ ن ل و فإن

ق(∠م) = ق(∠هـ) ، ق(∠ب) = ق(∠ن)

ق(∠جـ) = ق(∠ل) ، ق(∠ء) = ق(∠و)

م ب = هـ ن ، ب جـ = ن ل

جـ ء = ل و ، م ء = هـ و



إذا كان المضلع م ب جـ ء ≡ المضلع هـ و جـ ء فإن

ق(∠م) = ق(∠هـ) ، ق(∠ب) = ق(∠و)

ق(∠م ء جـ) = ق(∠هـ ء جـ)

ق(∠ب جـ ء) = ق(∠و جـ ء) = ٩٠°

م ب = هـ و ، ب جـ = و جـ

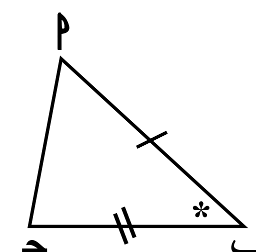
م ء = هـ ء ، جـ ء ضلع مشترك

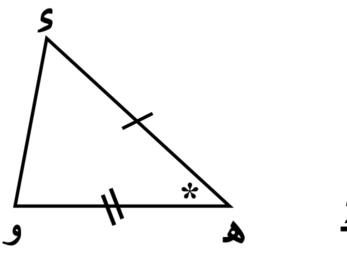
، جـ ء محور تماثل الشكل م ب و هـ ء

يتطابق المربعان إذا كان طول ضلع أحدهما يساوى طول ضلع الآخر

تطابق مثلثين

الحالة الأولى يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر





فى Δ ﻡ ب جـ ، Δ ء هـ و

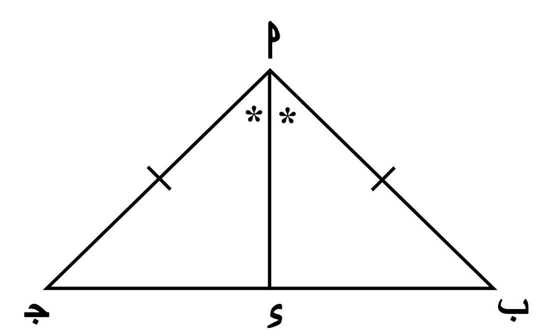
فيهما
ﻡ ب = ء هـ
ب جـ = هـ و
ق(∠ ب) = ق(∠ هـ)

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

ﻡ جـ = ء و
ق(∠ ﻡ) = ق(∠ ء)
ق(∠ جـ) = ق(∠ و)

تدريبات

(١) فى الشكل المقابل
ﻡ ب = ﻡ جـ ، ق(∠ ب ﻡ ء) = ق(∠ جـ ﻡ ء)
اثبت أن ء منتصف ب جـ



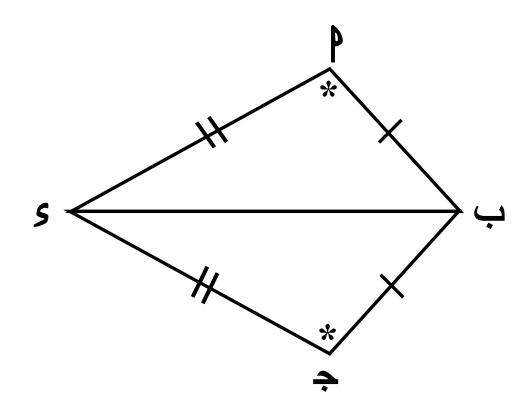
فى Δ ﻡ ب ء ، Δ ﻡ جـ ء

فيهما
ﻡ ب = ﻡ جـ
ﻡ ء ضلع مشترك
ق(∠ ب ﻡ ء) = ق(∠ جـ ﻡ ء)

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
ب ء = جـ ء
∴ ء منتصف ب جـ

---

(٢) فى الشكل المقابل
ﻡ ب = ب جـ ، ﻡ ء = جـ ء
، ق(∠ ﻡ) = ق(∠ جـ)
اثبت أن ء ب ينصف (∠ ﻡ ء جـ)



فى Δ ﻡ ب ء ، Δ جـ ب ء

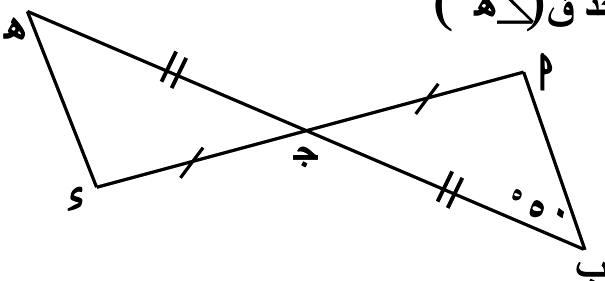
فيهما
ﻡ ب = جـ ب
ﻡ ء = جـ ء
ق(∠ ﻡ) = ق(∠ جـ)

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
ق(∠ ﻡ ء ب) = ق(∠ جـ ء ب)
∴ أن ء ب ينصف (∠ ﻡ ء جـ)

(٣) فى الشكل المقابل

ﻫ جـ = ء جـ ، ب جـ = ﻫ جـ ، ق(∠ب) = ٥٠°

أوجد ق(∠ﻫ)



فى Δ ﻫ ب جـ ، Δ ء ﻫ جـ

فيهما { ﻫ جـ = ء جـ
ب جـ = ﻫ جـ
ق(∠ﻫ جـ ب) = ق(∠ء جـ ﻫ) بالتقابل بالرأس }

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

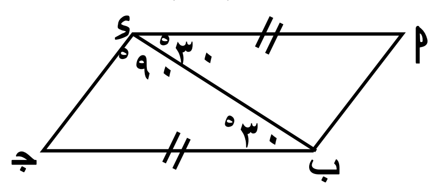
ق(∠ﻫ) = ق(∠ب) = ٥٠°

---

(٤) فى الشكل المقابل

ﻫ ء = ب جـ ، ق(∠ﻫ ء ب) = ق(∠جـ ب ء) = ٣٠°

، ق(∠ب ء جـ) = ٩٠° أوجد ق(∠ﻫ)



فى Δ ء ب جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠جـ) = ١٨٠° - (٣٠° + ٩٠°) = ٦٠°

فى Δ ﻫ ب ء ، Δ جـ ء ب

فيهما { ﻫ ء = ب جـ
ب ء ضلع مشترك
ق(∠ﻫ ء ب) = ق(∠جـ ب ء) = ٣٠° }

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

ق(∠ﻫ) = ق(∠جـ) = ٦٠°

(٥) فى الشكل المقابل

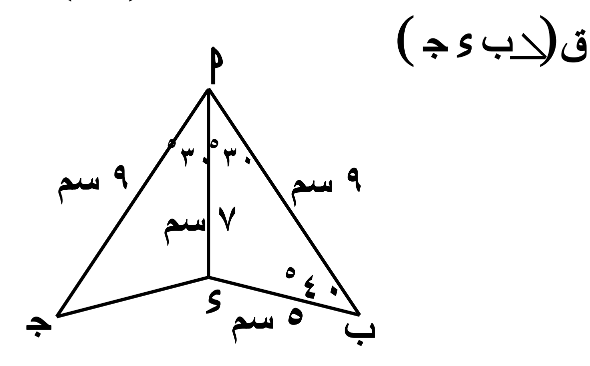
ﻫ ب = ﻫ جـ = ٩ سم ، ب ء = ٥ سم ، ﻫ ء = ٧ سم

، ق(∠ب) = ٤٠° ،

ق(∠ب ﻫ ء) = ق(∠جـ ﻫ ء) = ٣٠°

أوجد محيط الشكل ﻫ ب ء جـ ، ق(∠جـ) ،

ق(∠ب ء جـ)



فى Δ ﻫ ب ء ، Δ ﻫ جـ ء

فيهما { ﻫ ب = ﻫ جـ = ٩ سم
ﻫ ء ضلع مشترك
ق(∠ب ﻫ ء) = ق(∠جـ ﻫ ء) = ٣٠° }

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن جـ ء = ب ء = ٥ سم

∴ محيط الشكل ﻫ ب ء جـ = ٩+٩+٥+٥ = ٢٨ سم

و ينتج من التطابق أيضاً أن

ق(∠جـ) = ق(∠ب) = ٤٠°

فى Δ ﻫ ء جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ﻫ ء جـ) = ١٨٠° - (٣٠° + ٤٠°) = ١١٠°

و ينتج من التطابق أيضاً أن

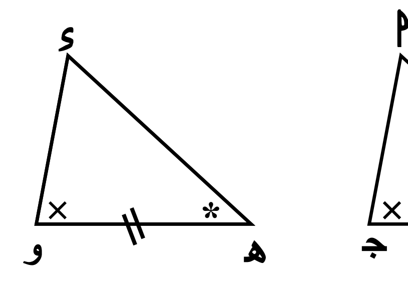
ق(∠ﻫ ء جـ) = ق(∠ﻫ ء ب) = ١١٠°

∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

∴ ق(∠ب ء جـ) = ٣٦٠° - (١١٠° + ١١٠°)

= ١٤٠°

الحالة الثانية يتطابق المثلثان إذا تطابق زاويتان و الضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر



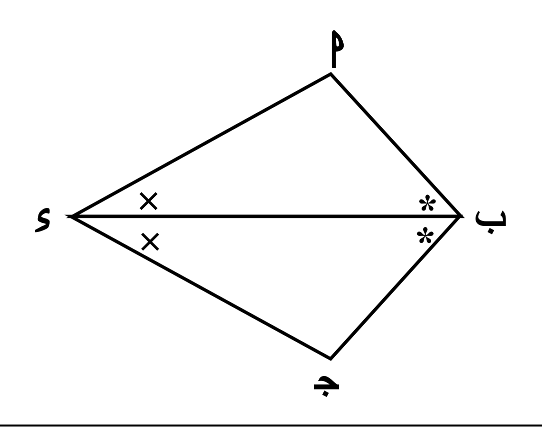
فى Δ م ب جـ ، Δ ء هـ و

فيهما
- ب جـ = هـ و
- ق(∠ ب) = ق(∠ هـ)
- ق(∠ جـ) = ق(∠ و)

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
م ب = ء هـ
م جـ = ء و
ق(∠ م) = ق(∠ ء)

تدريبات

(١) فى الشكل المقابل
ق(∠ م ب ء) = ق(∠ جـ ب ء) ،
ق(∠ م ء ب) = ق(∠ جـ ء ب)
اثبت أن م ب = م جـ



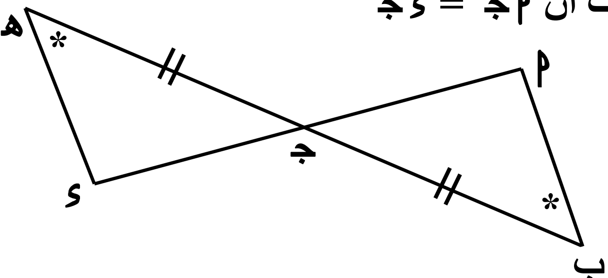
فى Δ م ب ء ، Δ جـ ب ء

فيهما
- $\overline{\text{ب ء}}$ ضلع مشترك
- ق(∠ م ب ء) = ق(∠ جـ ب ء)
- ق(∠ م ء ب) = ق(∠ جـ ء ب)

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن م ب = م جـ

---

(٢) فى الشكل المقابل
ب جـ = هـ جـ ، ق(∠ ب) = ق(∠ هـ)
اثبت أن م جـ = ء جـ

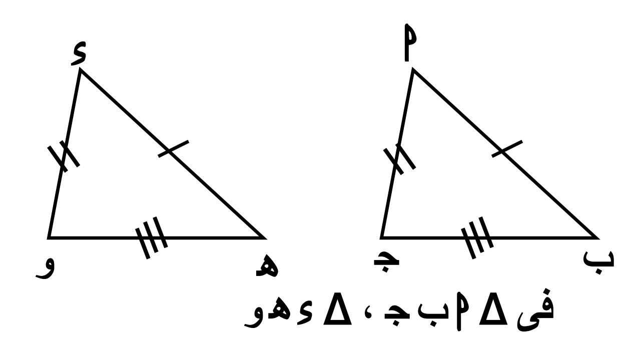


فى Δ م ب جـ ، Δ ء هـ جـ

فيهما
- ب جـ = هـ جـ
- ق(∠ ب) = ق(∠ هـ)
- ق(∠ م جـ ب) = ق(∠ ء جـ هـ) بالتقابل بالرأس

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
م جـ = ء جـ

الحالة الثالثة يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع فى أحد المثلثين مع نظيره فى المثلث الآخر



فى Δ أ ب جـ ، Δ ء هـ و

فيهما:
- أب = ءهـ
- أ جـ = ء و
- ب جـ = هـ و

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

ق(∠أ) = ق(∠ء)

ق(∠ب) = ق(∠هـ)

ق(∠جـ) = ق(∠و)

---

(١) فى الشكل المقابل

أب = ءجـ ، أجـ = ءب

اثبت أن ق(∠أ) = ق(∠ء)

فى Δ أ ب جـ ، Δ ء جـ ب

فيهما:
- أب = ءجـ
- أجـ = ءب
- ب جـ ضلع مشترك

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

ق(∠أ) = ق(∠ء)

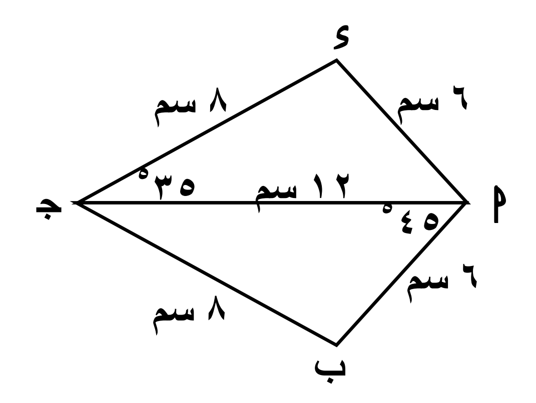
(٢) فى الشكل المقابل

أب = أء = ٦ سم ، جـب = جـء = ٨ سم

، أجـ = ١٢ سم

ق(∠ب أ جـ) = ٤٥° ، ق(∠ء جـ أ) = ٣٥°

أوجد ق(∠ب) ، محيط الشكل أ ب جـ ء



فى Δ أ ب جـ ، Δ أ ء جـ

فيهما:
- أب = أ ء
- ب جـ = ء جـ
- أجـ ضلع مشترك

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

ق(∠ء أ ب) = ق(∠ب أ جـ) = ٤٥°

ق(∠ب جـ أ) = ق(∠ء جـ أ) = ٣٥°

ق(∠ب) = ق(∠ء)

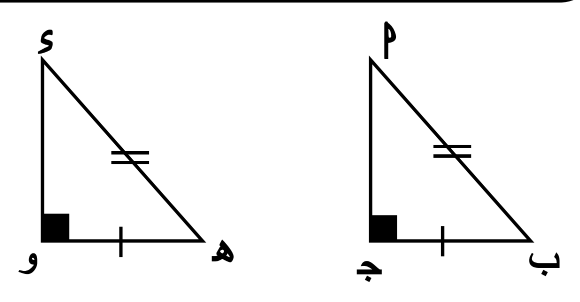
فى Δ أ ب جـ

∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

∴ ق(∠ب) = ١٨٠° - (٤٥° + ٣٥°) = ١٠٠°

محيط الشكل أ ب جـ ء = ٨+٨+٦+٦ = ٢٨ سم

الحالة الرابعة يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر و أحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر



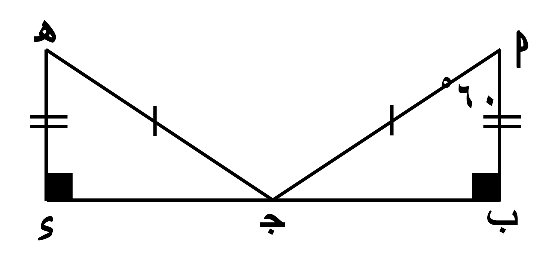
فى Δ أ ب جـ ، Δ ء هـ و

فيهما
أ ب = ء هـ
ب جـ = هـ و
ق(∠ جـ) = ق(∠ و) = ٩٠°

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
أ جـ = ء و
ق(∠ ب) = ق(∠ هـ)
ق(∠ أ) = ق(∠ ء)

---

(١) فى الشكل المقابل
أ ب = هـ ء ، أ جـ = هـ جـ ، ق(∠ جـ) = ق(∠ و) = ٩٠°
، ق(∠ أ) = ٦٠°
اثبت أن جـ منتصف $\overline{\text{ب ء}}$ ، أوجد ق(∠ أ جـ هـ)



فى Δ أ ب جـ ، Δ هـ ء جـ

فيهما
أ ب = هـ ء
أ جـ = هـ جـ
ق(∠ ب) = ق(∠ ء) = ٩٠°

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن
ب جـ = ء جـ ∴ جـ منتصف $\overline{\text{ب ء}}$
ق(∠ أ) = ق(∠ هـ) = ٦٠°
ق(∠ أ جـ ب) = ق(∠ هـ جـ ء)

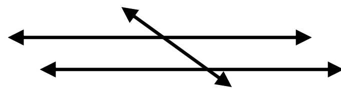
فى Δ أ ب جـ
∵ مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°
∴ ق(∠ أ جـ ب) = ١٨٠° - (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠°

∴ ق(∠ أ جـ ب) = ق(∠ هـ جـ ء) = ٣٠°

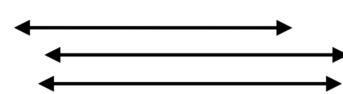
∵ جـ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$
∴ ق(∠ أ جـ هـ) = ١٨٠° - (٣٠° + ٣٠°) = ١٢٠°

التوازى

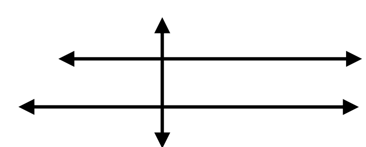
(١) إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه <u>يقطع</u> الآخر



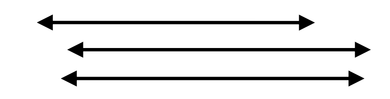
(٢) إذا وازى مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه <u>يوازى</u> الآخر



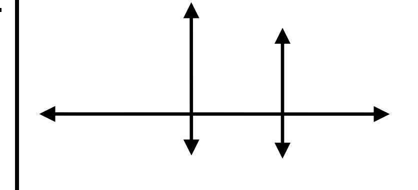
(٣) المستقيم العمودى على أحد مستقيمين متوازيين يكون <u>عمودياً</u> على الآخر



(٤) المستقيمان الموازيان لثالث <u>متوازيان</u>



(٥) المستقيمان المتعامدان على ثالث <u>متوازيان</u>

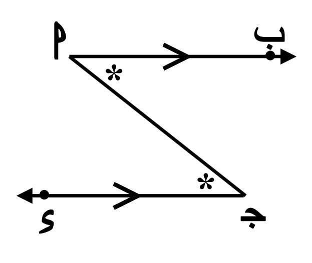


(٦) إذا قطع مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإن:

(١) كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس

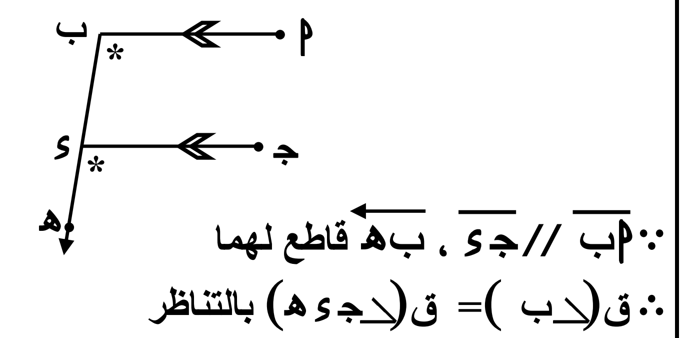
(٢) كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس

(٣) كل زاويتين داخلتين و فى جهة واحدة من القاطع متكاملتان (مجموع قياسيهما = ١٨٠°)



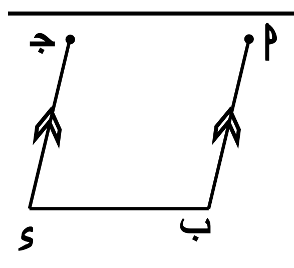
∵ أب // جـ ء ، أجـ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ جـ) بالتبادل



∵ أب // جـ ء ، ب هـ قاطع لهما

∴ ق(∠ ب) = ق(∠ جـ ء هـ) بالتناظر



∵ أب // جـ ء ، ب ء قاطع لهما

∴ ق(∠ ب) + ق(∠ ء) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

تدريبات

(١) فى الشكل المقابل

أب // جـ د ، جـ هـ ينصف (∠ أ جـ د) ،

ق(∠ أ)= ٦٠° أوجد ق(∠ أ جـ هـ)

∵ أب // جـ د ، أجـ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ أ جـ د) = ٦٠° بالتبادل

∵ جـ هـ ينصف (∠ أ جـ د)

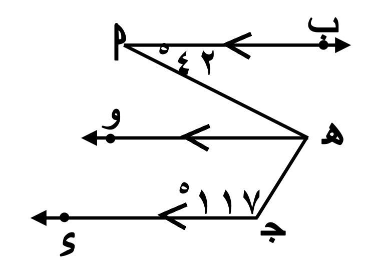
∴ ق(∠ أ جـ هـ) = ق(∠ هـ جـ د) = ٦٠° ÷ ٢ = ٣٠°

---

(٢) فى الشكل المقابل

أب // هـ و ، هـ و // جـ د ، ق(∠ أ)= ٤٢°

، ق(∠ جـ)= ١١٧° أوجد ق(∠ أ هـ جـ)



∵ أب // هـ و ، أهـ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ أ هـ و) = ٤٢° بالتبادل

∵ هـ و // جـ د ، هـ جـ قاطع لهما

∴ ق(∠ جـ) + ق(∠ جـ هـ و) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

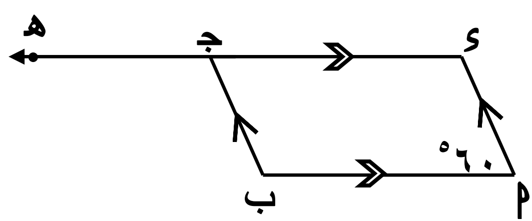
∴ ق(∠ جـ هـ و) = ١٨٠° - ١١٧° = ٦٣°

∴ ق(∠ أ هـ جـ) = ٤٢° + ٦٣° = ١٠٥°

(٣) فى الشكل المقابل

أب // جـ د ، أ د // ب جـ ، ق(∠ أ)= ٦٠°

أوجد ق(∠ ب جـ هـ)



∵ أب // جـ د ، أ د قاطع لهما

∴ ق(∠ أ) + ق(∠ د) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ د) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°

∵ أ د // ب جـ ، د جـ قاطع لهما

∴ ق(∠ د) = ق(∠ ب جـ هـ) = ٦٠° بالتناظر

---

(٤) فى الشكل المقابل

أب // جـ د ، أ د // جـ هـ ، ق(∠ أ)= ١١٠°

أوجد ق(∠ جـ)

∵ أب // جـ د ، أ د قاطع لهما

∴ ق(∠ أ) = ق(∠ د) = ١١٠° بالتبادل

∵ أ د // جـ هـ ، جـ د قاطع لهما

∴ ق(∠ جـ) + ق(∠ د) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ جـ) = ١٨٠° - ١١٠° = ٧٠°

(٥) في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overline{جـ ء}$ ، $\overline{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ ، ق(∠ أ)= ٣س

، ق(∠جـ) = س

أوجد قيمة س

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overline{جـ ء}$، $\overline{أ ء}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ)= ق(∠ء) = ٣س بالتبادل

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overleftrightarrow{جـ هـ}$ ، $\overline{جـ ء}$ قاطع لهما

∴ ق(∠جـ)+ ق(∠ء) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ س + ٣س = ١٨٠°

٤س = ١٨٠° ÷٤

س = ٤٥°

(٦) في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ ، ق(∠هـ أ ب)= ٤٠° ،

ق(∠ جـ)= ١٢٠° أوجد ق(∠و أ هـ)

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$، $\overline{أجـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ جـ أ ب)= ق(∠جـ) = ١٢٠° بالتبادل

∵ أ ∈ $\overleftrightarrow{جـ و}$

∴ ق(∠ب أ و) = ١٨٠°-١٢٠° = ٦٠°

∵ ق(∠ هـ أ ب)= ٤٠°

∴ ق(∠و أ هـ) = ٦٠° - ٤٠° = ٢٠°

(٧) في الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overleftrightarrow{هـ و}$ ، ق(∠ أ)= ٣٥°

، ق(∠ هـ)= ٤٥° أوجد ق(∠أ جـ هـ)

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ ، $\overline{أ جـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠أ)+ ق(∠ أ جـ ء) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ أ جـ ء)= ١٨٠° - ٣٥° = ١٤٥°

∵ $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overleftrightarrow{هـ و}$ ، $\overline{جـ هـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠هـ)+ ق(∠ هـ جـ ء) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ أ جـ ء)= ١٨٠° - ٤٥° = ١٣٥°

∵ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠°

∴ ق(∠أ جـ هـ)= ٣٦٠° - (١٤٥°+١٣٥°)

= ٨٠°

(٨)

∵ $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overleftrightarrow{هـ و}$ ، $\overline{جـ هـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠هـ)+ ق(∠ هـ جـ ء) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

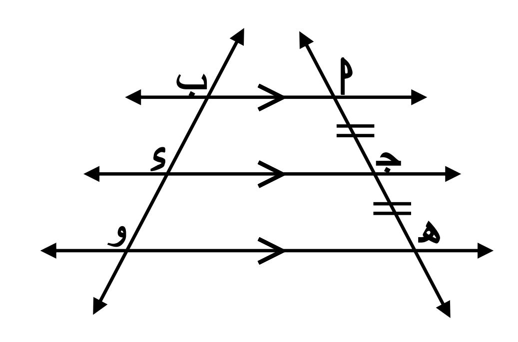
∴ ق(∠ أ جـ ء)= ١٨٠° - ١٠٠° = ٨٠°

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$، $\overline{أجـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ أ جـ ء)= ق(∠أ) = ١٢٠° بالتبادل

∴ ق(∠ أ جـ هـ) = ١٢٠° - ٨٠°= ٤٠°

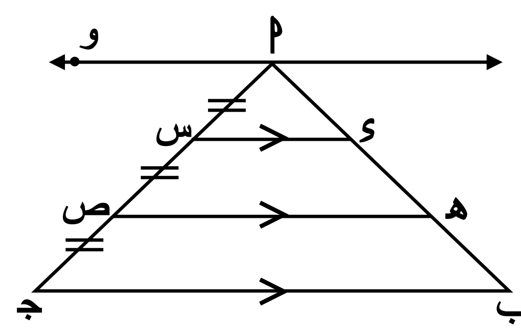
إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية و كانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات متساوية فى الطول . فإن الأجزاء المحصورة بينها لأى قاطع آخر متساوية فى الطول



فى الشكل المقابل

ﻡ و // ء س // هـ ص // ب جـ ، ﻡ ب = ١٢سم

أوجد طول ب هـ



∵ ﻡ و // ء س // هـ ص // ب جـ

، جـ ء قاطع لهما

∵ ﻡ س = س ص = ص جـ

∵ ﻡ ب قاطع لهما أيضاً

∴ ﻡ ء = ء هـ = هـ ب = ١٢ ÷ ٣ = ٤ سم

إثبات التوازى

يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث و حدثت إحدى الحالات الآتية :

(١) زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس

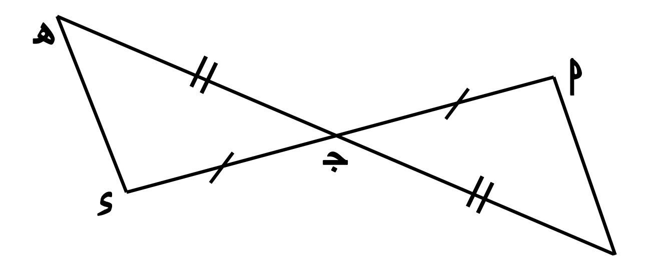
(٢) زاويتان متناظرتان متساويتان فى القياس

(٣) زاويتان داخلتان و فى جهة واحدة من القاطع متكاملتان(مجموع قياسيهما = ١٨٠°)

تدريبات

(١) فى الشكل المقابل

ﻡ جـ = ء جـ ، ب جـ = هـ جـ اثبت أن ﻡ ب // هـ ء



فى Δ ﻡ ب جـ ، Δ ء هـ جـ

فيهما
- **ﻡ جـ = ء جـ**
- **ب جـ = هـ جـ**
- **ق(∠ ﻡ جـ ب) = ق(∠ ء جـ هـ)**

بالتقابل بالرأس

∴ يتطابق المثلثان و ينتج أن

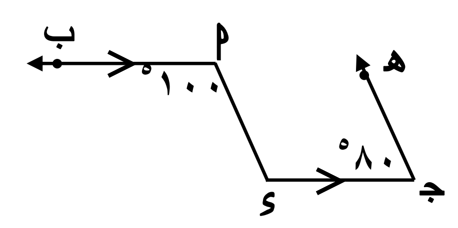
ق(∠ هـ) = ق(∠ ب) وهما فى وضع تبادل

∴ ﻡ ب // هـ ء

(٢) فى الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{ⵎب}$ // $\overline{جـ ى}$، ق(∠ ⵎ)= ١٠٠°، ق(∠ ⵎ)= ٨٠°

اثبت أن $\overline{ⵎى}$ // $\overrightarrow{جـهـ}$



∵ $\overleftrightarrow{ⵎب}$ // $\overline{جـ ى}$ ، $\overline{ⵎى}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ⵎ) = ق(∠ ى) = ١٠٠° بالتبادل

∵ ق(∠ جـ)+ ق(∠ ى) = ٨٠° + ١٠٠° = ١٨٠°

وهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

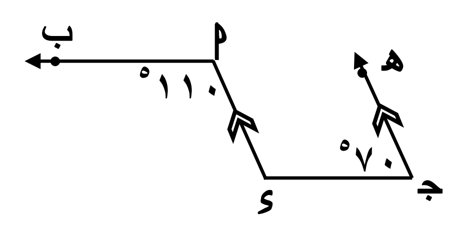
∴ $\overline{ⵎى}$ // $\overrightarrow{جـهـ}$

---

(٣) فى الشكل المقابل

$\overrightarrow{جـهـ}$ // $\overline{ⵎ ى}$، ق(∠ ⵎ)= ١١٠°، ق(∠ جـ)= ٧٠°

اثبت أن $\overline{جـ ى}$ // $\overrightarrow{ⵎب}$



∵ $\overrightarrow{جـهـ}$ // $\overline{ⵎ ى}$ ، $\overline{جـ ى}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ جـ)+ ق(∠ ى) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ ى)= ١٨٠° - ٧٠° = ١١٠°

∴ ق(∠ ⵎ) = ق(∠ ى) وهما فى وضع تبادل

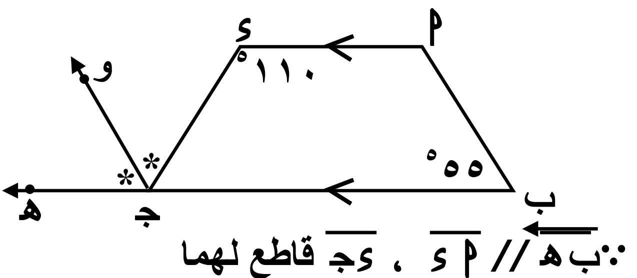
∴ $\overline{جـ ى}$ // $\overrightarrow{ⵎب}$

(٤) فى الشكل المقابل

$\overleftrightarrow{ب هـ}$ // $\overline{ⵎ ى}$ ، ق(∠ ى)= ١١٠°

، ق(∠ ب)= ٥٥° ، $\overrightarrow{جـ و}$ ينصف (∠ ى جـ هـ)

اثبت أن $\overline{ⵎب}$ // $\overrightarrow{جـو}$



∵ $\overleftrightarrow{ب هـ}$ // $\overline{ⵎ ى}$ ، $\overline{ى جـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ ى جـ هـ) = ق(∠ ى) = ١١٠° بالتبادل

∵ $\overrightarrow{جـ و}$ ينصف (∠ ى جـ هـ)

∴ ق(∠ و جـ هـ) = ١١٠° ÷ ٢ = ٥٥°

∴ ق(∠ و جـ هـ) = ق(∠ ب) = ٥٥°

وهما فى وضع تناظر

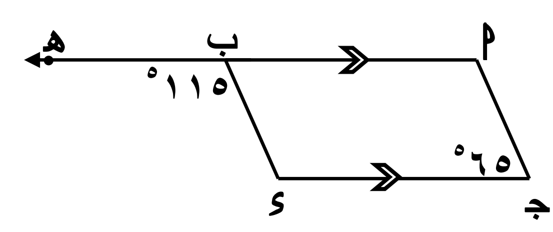
∴ $\overrightarrow{جـ ى}$ // $\overline{ⵎب}$

---

(٥) فى الشكل المقابل

$\overrightarrow{ⵎهـ}$ // $\overline{جـ ى}$ ، ق(∠ جـ)= ٦٥°

، ق(∠ ى ب هـ) = ١١٥° ، اثبت أن $\overline{ⵎجـ}$ // $\overline{ب ى}$



∵ $\overrightarrow{ⵎهـ}$ // $\overline{جـ ى}$ ، $\overline{ⵎ جـ}$ قاطع لهما

∴ ق(∠ جـ)+ ق(∠ ⵎ) = ١٨٠°

لأنهما داخلتان فى جهة واحدة من القاطع

∴ ق(∠ ⵎ)= ١٨٠° - ٦٥° = ١١٥°

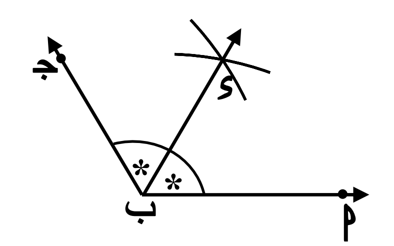
∴ ق(∠ ى ب هـ) = ق(∠ ⵎ) = ١١٥°

وهما فى وضع تناظر

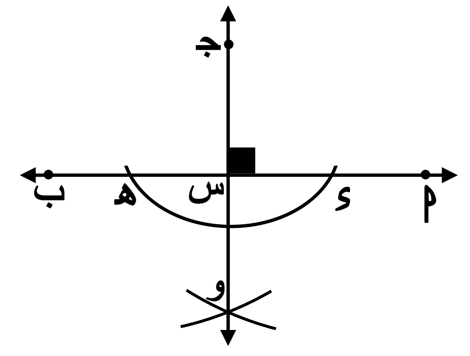
∴ $\overline{ⵎجـ}$ // $\overline{ب ى}$



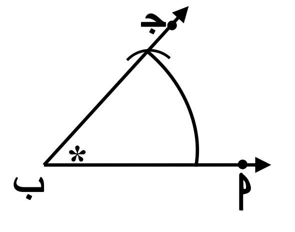
(١) إنشاء منصف لزاوية معلومة

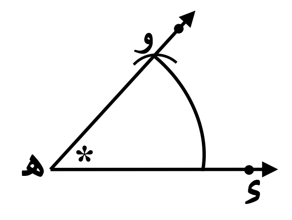


(٢) إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة لا تنتمى إلى المستقيم

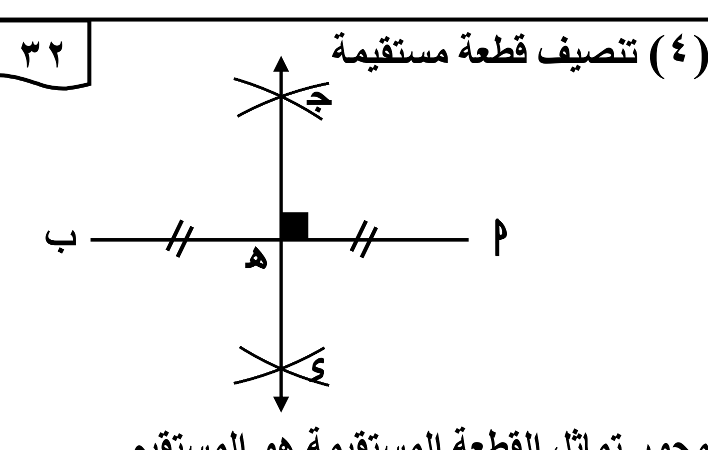


(٣) إنشاء زاوية مطابقة لزاوية معلومة



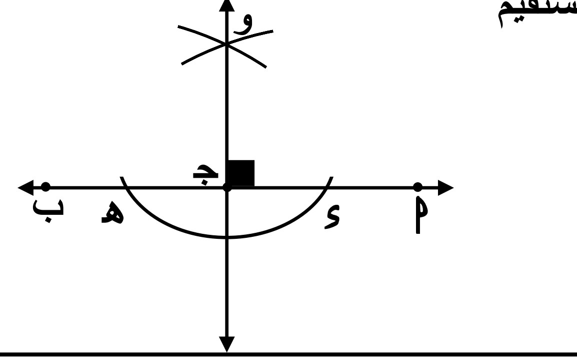


(٤) تنصيف قطعة مستقيمة

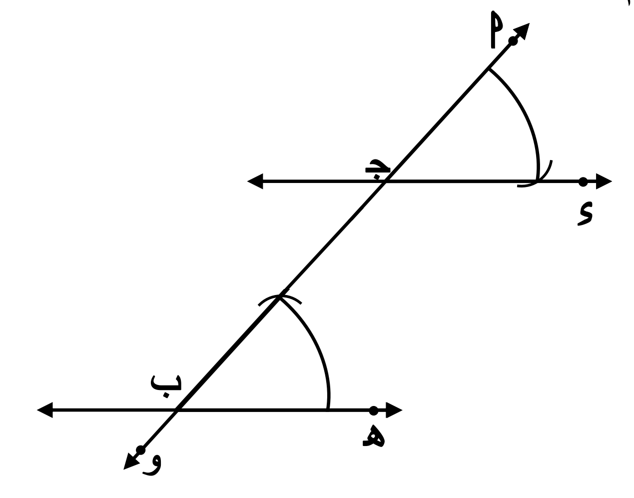


محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها

(٥) إنشاء عمود على مستقيم مار بنقطة تنتمى إلى المستقيم

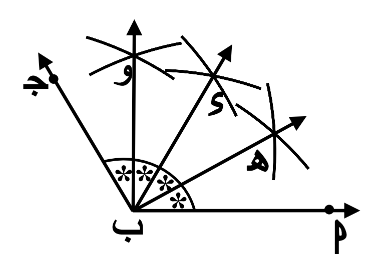


(٦) رسم مستقيم من نقطة معلومة مواز لمستقيم معلوم

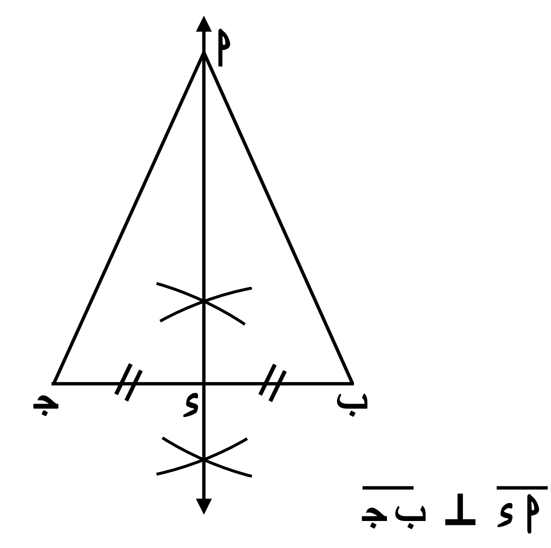


تدريبات

(١) ارسم زاوية قياسها ١٢٠° ثم قسمها إلى أربعة زوايا متساوية (لا تمح الأقواس)

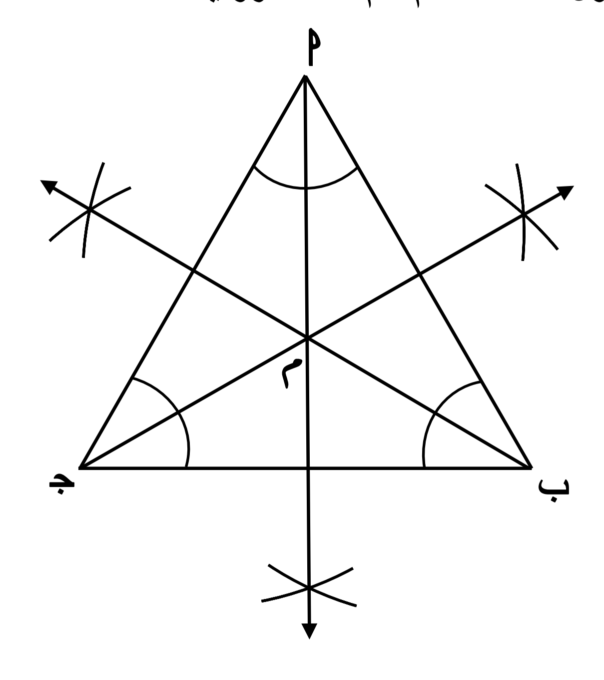


(٢) ارسم Δ م ب جـ فيه م ب = م جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٤ سم باستخدام الفرجار نصف ب جـ في ء ثم ارسم م ء هل م ء ⊥ ب جـ ؟



م ء ⊥ ب جـ

(٣) ارسم Δ م ب جـ متساوى الأضلاع طول ضلعه ٦ سم ثم نصف زواياه الداخلة



تدريبات هامة فى الجبر من الكتاب المدرسي

أكمل ما يأتى :

(١) المعكوس الجمعى للعدد صفر هو <u>صفر</u>

---

(٢) .... - $\frac{١}{٢}$ = - ١

- ١ + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{-١}{٢}$

---

(٣) $\frac{-٤}{١١}$ × $\frac{١١}{-٤}$ = ١

---

(٤) إذا كان أ × $\frac{ب}{٢}$ = $\frac{أ}{٢}$ فإن ب = ١

---

(٥) إذا كان $\frac{س}{٣}$ - ٤ = ٦

فإن $\frac{س}{٣}$ + $\frac{٢}{٣}$ = ...

$\frac{س}{٣}$ - ٤ = ٦

$\frac{س}{٣}$ = ٦ + ٤ = ١٠

$\frac{س}{٣}$ + $\frac{٢}{٣}$ = ١٠ + $\frac{٢}{٣}$ = ١٠ $\frac{٢}{٣}$

---

(٦) إذا كان ٤س - ص = ١١ ، ص = ٣س

فإن س = ...

٤س - ٣س = ١١ س = ١١

---

(٧) إذا كان الحدان الجبريان ٢أ^{٣}ب$^{م+١}$

، ٣أ^{ن} ب^{٦} من الدرجة التاسعة

فإن ن = ٣ ، م = ٥

---

(٨) معامل الحد الجبرى ٣٢ هو <u>٣٢</u> و درجته هى <u>الصفرية</u>

---

(٩) عدد عوامل الحد الجبرى س هو <u>٢</u>

---

(١٠) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = ١ فإن ٢س - ٢ص = ...

س = ص ٢س - ٢ص = صفر

---

(١١) إذا كان ٥أ = ٤٥ ، أب = ١

فإن ب = ...

أ = ٤٥ ÷ ٥ = ٩ ب = $\frac{١}{٩}$

---

(١٢) إذا كان $\frac{٣}{٧}$ س = ٤٢ فإن $\frac{٥}{٧}$ س = ...

س = ٤٢ ÷ $\frac{٣}{٧}$ = ٩٨

$\frac{٥}{٧}$ س = $\frac{٥}{٧}$ × ٩٨ = ٧٠

---

(١٣) إذا كان $\frac{س}{ص}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن $\frac{٣س}{٢ص}$ = ...

٣ س = ٢ ص $\frac{٣س}{٢ص}$ = ١

---

(١٤) إذا كان $\frac{أ}{ب}$ = ٧٠ فإن $\frac{أ}{٢ب}$ = ...

بفرض أ = ٧٠ ، ب = ١

أ ÷ ٢ب = ٧٠ ÷ ٢ × ١ = ٣٥

---

(١٥) إذا كان ثمن أربعة قمصان س جنيهاً فإن ثمن ٤٠ قميصاً = ٤٠ ÷ ٤ × س = ١٠ س جنيهاً

---

(١٦) المعكوس الجمعى للمقدار (٢س - ٣ص) هو

- ٢س + ٣ص أو ٣ ص - ٢س

---

(١٧) أكمل بنفس التسلسل

(أ) ٦ ، ٥ $\frac{١}{٤}$ ، ٤ $\frac{١}{٢}$ ، .... ، ....

$\frac{-٣}{٤}$

(ب) ٨ ، -٤ ، ٢ ، .... ، ....

÷ (-٢)